

ԳԱՅԱԿ ԲԵԳԻՐՅԱԿ

ԽՆԴՐԱԳԻՐՔ

(խնդիրների լուծման թվաբանական մեթոդներ)



Երևան 2018

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ընթերցողին	4
2. Գրքի մասին	5
3. Առաջին մաս	9
1-ին. Հատուկ մերոզներ չպահանջող խնդիրներ	11
2-րդ. Վերջից լուծվող խնդիրներ (նորարձան մեթոդ)	20
3-րդ. Մի անհայտի փոխարինումը մյուսով	28
4-րդ. Մի քանի պայմանների համեմատումը, միացումը	39
5-րդ. Թվերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկի, ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի կիրառության խնդիրներ	50
6-րդ. Մասերի որոշումը	53
7-րդ. Անհայտներից մեկը կանայական թվով նշանակելը	61
8-րդ. Համեմատական բաժանման մեթոդ	65
9-րդ. Նմանության մեթոդ	68
10-րդ. Տոկոսների հաշվման, խառնուրդների վերաբերյալ խնդիրներ	72
11-րդ. Միացությունների տեսության պարզ խնդիրներ	82
12-րդ. Լրացուցիչ մեթոդներ	93
4. Երկրորդ մաս (խառն խնդիրներ)	97
5. Հավելված	145
6. Պատասխաններ	160
7. Օգտագործված գրականություն	166

*Թվերը չեն կառավարում աշխարհը, բայց դրանք
ցույց են տալիս, թե ինչպիսի է սկս կառավարվում:*

Վոլֆգանգ ֆոն Գոթթե

Գրքի մասին

(Դրանց, ովքեր սիրում են կամ փորձում են հասկանալ ու սիրել թվաբանությունը)

Նպատակը 10 -13 և ավելի տարեկան մարդկանց թվաբանության հետ բարեկամանալուն օգնելն է:

Կառուցվածքը

Գիրքը երկու մասից է բաղկացած՝ «Խոյիքների լուծման թվաբանական մեթոդներ» և «Խառն խոյիքներ»: Առաջին մասն, իր հերթին, **12 բաժնից է բաղկացած**, որտեղ այս տարիքի երեխաների համար մատչելի խոյիքներ են ներառված՝ պարզից բարդ ընթանալու սկզբունքին հետևելով: Խոյիքների դասակարգումը (դա արտահայտված է խորագրերում) եխմականում մեզ համար սկզբունքային մոտեցումով՝ *ըստ լուծման նդանակի* է կատարված:

Խոյիքների լուծումներն աշխատել ենք շարադրել այնպես, ինչպես մենք սովորողին կամ որևէ մեկին կներկայացնեինք:

Ամեն բաժնում մի կոնկրետ տեսակի խոյիքներ են ներկայացված **2 աստիճանով**՝

- **Արի խոյիք լուծենք** (տվյալ եղանակով լուծված խոյիքներ՝ աշխատելու ձևի, փուլերի մասին մեթոդական առաջարկներով)

- **Ազատ նավարկություն** (խցնուրույն լուծման համար նախատեսված մինչև 25 խոյիք)՝ Նախավերջին՝ *11-րդ բաժնում* միացությունների տեսության (կոմբինատորիկայի) որոշ խոյիքներ են ներկայացված, քանի որ ժամանակին մենք էլ ենք դրանք լայն ծավալով դասագրքեր վերադարձնելուն նպատակ էլ և առանց դրանց որևէ խնդրագիրք բավականաչափ անբողջական չենք համարում:

Վերջին՝ *12-րդ բաժնում* երկու լրացուցիչ մեթոդներ են ներկայացված, որոնք սահմանափակ քանակով խոյիքներում, բայց շատ արդյունավետ են աշխատում:

Գրքի երկրորդ մասում, ինչպես խորագիրն էլ է հուշում, խոյիքները խառն են ներկայացված, և լուծման մեթոդն ինքնուրույն պիտի ընտրելք:

Գիրքն ունի հավելված՝ խոյիքների լուծման թվաբանական մեթոդների շուրջ ուսուցիչների հետ խոսակցությունը խորացնելու, մասամբ ընդլայնելու նպատակով:

1-ին. Հատուկ մեթոդներ չպահանջող խնդիրներ

Արի խնդիր լուծենք

Այս բաժնի խնդիրների լուծման համար անհրաժեշտ գործողությունները կան խնդրում ուղղակի առկա են, կամ խնդրի պայմաններից են պարզվում: Պետք չէ մտածել, որ այդ կարգի խնդիրները միշտ ենչու են լուծվում: Այդպիսի խնդիրների մեջ այնպիսիք կան, որոնց լուծումը բացատրելը դժվար է: Կան նաև այնպիսիք, որոնք դժվար են, որովհետև տվյալների ու անհայտների կապը (կախվածությունը) միանգամից չի երևում: Եվ իվերջը ցանկացած խնդիր լուծելու համար դրան հարմար դատողություններն անելու փորձ, վարժանք է անհրաժեշտ:

Այս բաժնում հիմնականում ընդգրկված են այնպիսի խնդիրներ, որոնցում երկու համեմատական (ուղիղ կամ հակադարձ) մեծություններ են մասնակցում, ըստ որում դրանցից յուրաքանչյուրը երկու կամ երեք արժեք կարող է ընդունել, և այդ արժեքներից մեկն անհայտ է:

Ներկայացված լուծումներն ուսումնասիրիր և կեկատես տրամաբանական դատողությունների նորը տարբերությունները: Դրանց նկատմամբ ուշադիր եղիր և յուրաքանչյուր խնդրի լուծման առավել հարմար ուղին, եղանակը կկարողանաս ընտրել (այդ հիմնական ուղիները չդրան են):

Այժմ միասին նման խնդիրներ լուծենք, իսկ մասցածն ինքնուրույն կանես:

Խնդիր 1. 24 տետրը 120 գ են կշռում: Նման քանի տետրն է 180 գ կշռում:

1-ին եղանակ

Քանի որ 24 տետրը 120 գ են կշռում, ուրեմն 1 տետրը 24 անգամ քիչ կկշի, այսինքն՝ $120:24=5$ (գ): Մի տետրը 5 գ է կշռում, ապա 180 գ կկշռեն $180:5=36$ (տետր): (Պարզեցինք, թե քանի 5 գ կա 180 գ-ի մեջ):

Պատ.՝ 36 տետր:

2-րդ եղանակ

Նկատում ենք, որ և՛ 120-ը, և՛ 180-ը 60-ի են բաժանվում ($120=2 \times 60$ և $180=3 \times 60$) և այսպիսի դատողություններ ենք անում.

Քանի որ 120 գ (2×60) են կշռում 24 տետրը, ապա 60 գ կկշռեն 2 անգամ քիչ՝ 12 տետրը ($24:2=12$): Քանի որ 12 տետրը 60 գ են կշռում, ապա 180 գ կկշռեն, այսինքն՝ 3 անգամ ծանր կլինեն 3 անգամ շատ՝ 36 (3×12) տետրը:

Կարելի է նկատել, որ 60-ը 120-ի և 180-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է, և լուծման այս եղանակը նպատակահարմար չէ փոխադարձ պարզ թվերի համար (ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 1 է):

Ի դեպ ևս 2 հղանակով կարող ենք այս խնդիրը լուծել, սակայն դրանք այս խնդրին այնքան էլ հարմար չեն: Բայց լավ կլինի ինքը համոզվել:

3-րդ եղանակ

180 գ-ը 120 գ-ից $\frac{180}{120} = \frac{3}{2}$ անգամ մեծ է, ուրեմն 180 գ են կշռում ոչ թե 24, այլ դրանից $\frac{3}{2}$

անգամ շատ՝ $24 \times \frac{3}{2} = 36$ (տետրը): (Տետրերի կշիռը և դրանց քանակն ուղիղ համեմատական

մեծություններ են, ուրեմն քանի անգամ առաջինի արժեքը մեծ է /կամ փոքր/, նույնքան անգամ երկրորդի արժեքն է մեծ /կամ փոքր/):

4-րդ եղանակ

120 գ կշռում են 24 տետրը, ուրեմն 1 գ կկշռի 24-ից 120 անգամ քիչ՝ $\frac{24}{120}$ տետրը և 180 գ՝

սրանից 180 անգամ շատ՝ $\frac{24}{120} \times 180 = 36$ (տետրը):

 **խնդիր 2.** 5 մարզ մի աշխատանքը 8 օրում կատարեցին: Նույն աշխատանքը 20 մարդը քանի օրում կկատարեն (բոլորը նույն արագությամբ են աշխատում):

1-ին եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 4 անգամ շատ մարդիկ (20-ը 5-ից 4 անգամ ավելի է) նույն գործը 4 անգամ արագ՝ 4 անգամ քիչ ժամանակում կանեն: Այսինքն 20 մարդն այդ նույն աշխատանքը ոչ թե 8, այլ **2 օրում** (8 : 4) կավարտին:

Պատ.՝ 2 օրում:

2-րդ եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 1 մարդուն գործն ավարտելու համար 5 անգամ շատ ժամանակ՝ 40 օր պետք կլինեն: Եթե յուրաքանչյուրը մենակ գործը կարող էր 40 օրում ավարտել, ուստի 20 աշխատողն այդ կանեն 20 անգամ արագ՝ ոչ թե 40, այլ դրանից 20 անգամ քիչ ժամանակում՝ **2 օրում** (40 : 20):

3-րդ եղանակ

Քանի որ 5 մարդը գործը 8 օրում են ավարտում, ուրեմն 1 մարդուն գործն ավարտելու

համար 5 անգամ շատ ժամանակ՝ 40 օր պետք կլինե՛ր: Նշանակում է յուրաքանչյուր մեկակ օրական գործի $\frac{1}{40}$ մասն է կատարում, ուստի 20 աշխատողն օրական գործի $\frac{1}{2}$ մասն են կատարում (20 անգամ ավելի): Քանի որ օրական գործի կեսն են կատարում, ուրեմն ամբողջ գործը **2 օրում** կավարտեն:

4-րդ նշանակ

Քանի որ 8 օրում գործն ավարտելու համար 5 մարդ է անհրաժեշտ, ուրեմն 1 օրում այն ավարտելու համար 8 անգամ շատ՝ 40 մարդ է անհրաժեշտ: Եթե 40 մարդը ավել գործը 1 օրում կարող են ավարտել, ուրեմն 20 մարդուն նույն գործի համար 2 անգամ ավելի (որովհետև աշխատողները 2 անգամ քիչ են), այսինքն՝ **2 օր** անհրաժեշտ կլինի:

Հմտանաք, որ ինդրի լսմանն այս 4 տարբերակներից 1-ը, ծայրահեղ դեպքում՝ 2-ն են ստացել հարմար:

 **Խնդիր 3.** 8 միանման գրքույկները 144 դրամ արժեն: Այդպիսի 39 գրքույկը որքան արժեն:

1-ին նշանակ

Նկատենք, որ 2 ուղիղ համեմատական մեծություններ ունենք՝ գրքույկների քանակը և դրանց արժեքը: Ուղիղ համեմատական, քանի որ քանի անգամ մեծանա մեկի արժեքը, ճիշտ նույնքան անգամ կմեծանա մյուսի արժեքը (քանի անգամ ավելի գրքույկ գնենք, այնքան անգամ ավելի պիտի վճարենք): Միաժամանակ, $48 = 3 \times 16$, իսկ $39 = 3 \times 13$:

Քանի որ 48 միանման գրքույկները 144 դրամ արժեն, ուրեմն 3 գրքույկը 144-ից 16 անգամ քիչ արժեն՝ $144:16 = 9$ (դր.): Քանի որ 3 գրքույկը 9 դրամ արժեն, ուրեմն 39 գրքույկը դրանից 13 անգամ ավելի արժեն՝ $9 \times 13 = 117$ (դր.):

Պատ.՝ 117 դրամ:

Նկատենք, որ 3-ը 48-ի և 39-ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարն է (անունը դասողությունների մեջ, անշուշտ, պետք չէր):

2-րդ նշանակ

Քանի որ 48 միանման գրքույկները 144 դրամ արժեն, ուրեմն 1 գրքույկը 144-ից 48 անգամ քիչ արժեն՝ $144:48 = 3$ (դր.): Քանի որ 1 գրքույկը 3 դրամ արժեն, ուրեմն 39 գրքույկը դրանից 39 անգամ ավելի արժեն՝ $3 \times 39 = 117$ (դր.):

3-րդ նշանակ

39-ը 48-ից $\frac{39}{48} = \frac{13}{16}$ անգամ քիչ է, ուրեմն 39 գրքույկն արժեն ոչ թե 144, այլ դրանից

$$\frac{13}{16} \text{ անգամ պակաս՝ } 144 \times \frac{13}{16} = 117 \text{ (դր.)}$$

4-րդ եղանակ

Քանի որ 144 դրամ պղծեն 48 միանման գրքույկները, ուրեմն 1 դրամով կարելի կլիներ գնել դրանից 144 անգամ քիչ՝ $\frac{48}{144} = \frac{1}{3}$ գրքույկ: Քանի որ 1 դրամով $\frac{1}{3}$ գրքույկ կարելի է գնել, ուրեմն 1 գրքույկի համար անհրաժեշտ 3 անգամ դրանից ավելի՝ 3 դր., իսկ 39 գրքույկի համար դրանից 39 անգամ ավելի՝ $3 \times 39 = 117$ (դր.):

Եթե խնդրում երկուսից ավելի համեմատական մեծություններ կան, որոնցից յուրաքանչյուրը 2 արժեք է ընդունում, ընդ որում այդ արժեքներից մեկն անհայտ է, ապա նախնական ձևափոխություններով կարելի է համեմատական մեծությունները երկուսը դարձնել: Այդ ձևափոխությունները տարբեր են: Երբեմն կարելի է հարմար ձևով հարցը փոխել, առավել հաճախ՝ բոլոր տվյալները հերթով միավորի բերել: Համոզվիր հաջորդ խնդրի օրինակով:

Խնդիր 4. Նույն արագությանը աշխատող 2 օպերատոր, օրական 8 ժամ աշխատելով, 3 օրում 600 էջ մուտքագրեցին: Ամեն էրում 32 տող կար, ամեն տողում՝ 50 նիշ: Մի օպերատորը 4 օրում, օրական 7 ժամ աշխատելով, քանի էջ կմտքագրի, եթե նոր էջում 70 տող պետք է լինի և ամեն տողում՝ 40 նիշ:

Նախ որոշենք, թե 2 օպերատորը քանի նիշ են մուտքագրել, այսինքն 600 էջի վրա քանի նիշ կա. $600 \times 32 \times 50 = 960000$ (նիշ): Այդքան նիշը երկուսով $3 \times 8 = 24$ ժամում են մուտքագրել: Քանի որ օպերատորները նույն արագությամբ են աշխատում, ուստի նույն զործն (960000 նիշ) անելու համար մենակ աշխատողին 2 անգամ ավելի ժամանակ՝ 48 ժամ (2×24) պետք կլինի: Քանի որ մեկը 48 ժամում 960000 նիշ է մուտքագրում, ուստի մեկ ժամում 48 անգամ քիչ՝ 20000 նիշ կմտքագրի ($960000 : 48 = 20000$):

4 օրում, օրական 7 ժամ, այսինքն՝ ընդամենը 28 ժամ աշխատելով, մի օպերատորը $4 \times 7 \times 20000 = 560000$ (նիշ) կմտքագրի: Որպեսզի որոշենք, թե դա քանի նոր էջ է, պարզենք, թե մեկ նոր էջի վրա քանի նիշ է տեղավորվում: Նոր էջը 70 տող ունի, ամեն տողում՝ 40 նիշ, ուստի մի այդպիսի էջի վրա $40 \times 70 = 2800$ նիշ կա: Նշանակում է 560000 նիշը 200 էջի վրա կտեղավորվի ($560000 : 2800 = 200$): Այսինքն՝ 200 էջ կմտքագրի:

Պատ.՝ 200 էջ:

Խնդիր 5. 6 ձկնորս 6 ձուկը 6 օրում կերան: Քանի օրում 10 ձկնորսը 10 ձուկը կտան (բոլորի ավտոբիոսները նույնն են):